1. (Unicamp 2016) Uma moeda balanceada é lançada quatro vezes, obtendo-se cara exatamente três vezes. A probabilidade de que as caras tenham saído consecutivamente é igual a

a) $\frac{1}{4}$.

b) $\frac{3}{8}$.

c) $\frac{1}{2}$.

d) $\frac{3}{4}$.

Resposta:

[C]

Existem $P_4^{(3)} = \frac{4!}{3!} = 4$ modos de obter exatamente 3 três caras em 4 lançamentos. Por outro lado, existem apenas duas maneiras de obter 3 caras consecutivamente: ccck e kccc. Em consequência, a probabilidade pedida é $\frac{2}{4}$, ou seja, $\frac{1}{2}$.

2. (Unesp 2016) Um dado convencional e uma moeda, ambos não viciados, serão lançados simultaneamente. Uma das faces da moeda está marcada com o número 3, e a outra com o número 6. A probabilidade de que a média aritmética entre o número obtido da face do dado e o da face da moeda esteja entre 2 e 4 é igual a

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{3}{4}$

e) $\frac{1}{4}$

Resposta:

[A]

Seja $\overline{x}$ a média aritmética entre o número obtido no dado e o da face da moeda.

Lançando simultaneamente o dado e a moeda, é possível obter $6 \cdot 2 = 12$ resultados distintos.

Supondo $\overline{x} \in]2, 4[$, tem-se que os eventos favoráveis são $(1, 6), (2, 3), (3, 3)$ e $(4, 3)$. Em consequência, podemos afirmar que a probabilidade pedida é $\frac{4}{12}$, ou seja, $\frac{1}{3}$.

3. (Epcar (Afa) 2016) Em uma mesa há dois vasos com rosas. O vaso A contém 9 rosas das quais 5 tem espinhos e o vaso B contém 8 rosas sendo que exatamente 6 não tem espinhos.
Retira-se, aleatoriamente, uma rosa do vaso A e coloca-se em B. Em seguida, retira-se uma rosa de B.

A probabilidade de essa rosa retirada de B ter espinhos é
a) $\frac{8}{81}$
b) $\frac{15}{81}$
c) $\frac{18}{81}$
d) $\frac{23}{81}$

Resposta:

[D]

Para saber a probabilidade total da rosa retirada do vaso B ter espinhos é preciso analisar os dois cenários da primeira rosa retirada do vaso A e colocada em B.

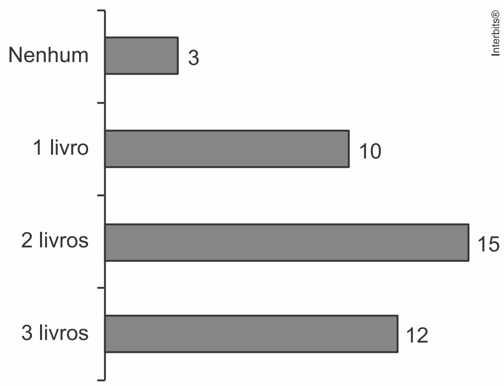
Cenário 1: rosa retirada do vaso A e colocada em B tem espinhos.
Probabilidade de retirar uma rosa com espinhos do vaso A: $\frac{5}{9}$ (5 rosas com espinhos do total 9)
Probabilidade de, após a colocação de uma rosa com espinhos em B, retirar uma rosa com espinhos do vaso B: $\frac{3}{9}$ (3 rosas com espinhos do novo total $8+1=9$)
$\frac{5}{9}\cdot\frac{3}{9}=\frac{15}{81}$ que é a probabilidade do cenário 1 acontecer.

Cenário 2: rosa retirada do vaso A e colocada em B não tem espinhos.
Probabilidade de retirar uma rosa sem espinhos do vaso A: $\frac{4}{9}$ (4 rosas sem espinhos do total 9)
Probabilidade de, após a colocação de uma rosa com espinhos em B, retirar uma rosa com espinhos do vaso B: $\frac{2}{9}$ (2 rosas com espinhos do novo total $8+1=9$)
$\frac{4}{9}\cdot\frac{2}{9}=\frac{8}{81}$ que é a probabilidade do cenário 2 acontecer.

A probabilidade total final de se retirar uma rosa com espinhos do vaso B será a soma das probabilidades destes dois cenários previstos:

$\frac{15}{81} + \frac{8}{81} = \frac{23}{81}$

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:
O gráfico abaixo apresenta informações sobre os números de livros lidos no mês passado pelos alunos de uma determinada turma. Sabendo-se que a informação de todos os alunos consta nesse gráfico, e que não há aluno que leu mais de 3 livros, utilize-o para responder à(s) questão(ões). (modificação no gráfico, para melhor representar a ideia envolvida)



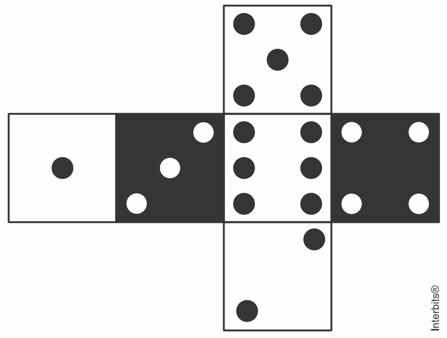
4**.** (G1 - ifsp 2016) Escolhido aleatoriamente um aluno dessa turma, a probabilidade de o aluno escolhido não ter lido livro no mês passado é:
a) $3,5\%$
b) $2,75\%$
c) $2,5\%$
d) $1,75\%$
e) $7,5\%$

Resposta:

[E]

A turma possui $3+10+15+12=40$ alunos. Logo, como 3 alunos não leram nenhum livro no mês passado, segue que a probabilidade pedida é $\frac{3}{40}\cdot 100\% = 7,5\%.$

5**.** (Epcar (Afa) 2015) Um jogo é decidido com um único lançamento do dado cuja planificação está representada abaixo.



Participam desse jogo quatro pessoas: Carlos, que vencerá o jogo se ocorrer face preta ou menor que 3; José vencerá se ocorrer face branca e número primo; Vicente vencerá caso ocorra face preta e número par; Antônio vencerá se ocorrer face branca ou número menor que 3.

Nessas condições, é correto afirmar que

a) Vicente não tem chance de vencer.
b) Carlos tem, sozinho, a maior probabilidade de vencer.
c) a probabilidade de José vencer é o dobro da de Vicente.
d) a probabilidade de Antônio vencer é maior do que a de Carlos.

Resposta:

[C]

Sejam A, C, J e $V,$ respectivamente, os eventos que representam as vitórias de Antônio, Carlos, José e Vicente. Logo, segue que $A = \{1, 2, 5, 6\},$ $C = \{1, 2, 3, 4\},$ $J = \{2, 5\}$ e $V = \{4\}.$ Em consequência, como o espaço amostral possui 6 eventos, podemos concluir que a probabilidade de vitória de cada um dos jogadores, na ordem estabelecida anteriormente, é $\frac{2}{3},$ $\frac{2}{3},$ $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{6}.$

Portanto, a probabilidade de José vencer é o dobro da de Vicente.

6. (Fuvest 2015) De um baralho de 28 cartas, sete de cada naipe, Luís recebe cinco cartas: duas de ouros, uma de espadas, uma de copas e uma de paus. Ele mantém consigo as duas cartas de ouros e troca as demais por três cartas escolhidas ao acaso dentre as 23 cartas que tinham ficado no baralho. A probabilidade de, ao final, Luís conseguir cinco cartas de ouros é:

a) $\frac{1}{130}$
b) $\frac{1}{420}$
c) $\frac{10}{1771}$
d) $\frac{25}{7117}$
e) $\frac{52}{8117}$

Resposta:

[C]

Luís pode receber 3 cartas de ouros de $\binom{5}{3} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$ maneiras e 5 cartas quaisquer de $\binom{23}{3} = \frac{23!}{3! \cdot 20!} = 1771$ modos. Portanto, segue que a probabilidade pedida é igual a $\frac{10}{1771}$.

7**.** (Espm 2015) Escolhendo-se ao acaso dois algarismos distintos do sistema decimal de numeração, a probabilidade de que a soma deles seja um número primo é:
a) 30%
b) 40%
c) 50%
d) 45%
e) 25%

Resposta:

[B]

O número total de possibilidades de se escolher 2 algarismos ao acaso entre os 10 algarismos disponíveis é de:

$$C_{10}^{2} = \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8!}{2 \cdot 8!} = \frac{90}{2} \Rightarrow C_{10}^{2} = 45 \text{ possibilidades}$$

O número total de possibilidades de escolha de dois algarismos cuja soma é um número primo é igual a:

$$\left.\begin{matrix} 0+3 & 1+2 & 2+3 & 3+4 & 4+9 & 6+7 \\ 0+5 & 1+4 & 2+5 & 3+8 & 5+6 & 8+9 \\ 0+7 & 1+6 & 2+9 & 4+7 & 5+8 & 0+2 \end{matrix}\right\rangle 18 \text{ possibilidades}$$

Logo, a probabilidade de que, escolhendo-se ao acaso dois algarismos distintos, a soma deles seja um número primo é:

$$P = \frac{18}{45} = 0{,}4 \Rightarrow 40\%$$

8**.** (Mackenzie 2015) Em uma das provas de uma gincana, cada um dos 4 membros de cada equipe deve retirar, ao acaso, uma bola de uma urna contendo bolas numeradas de 1 a 10, que deve ser reposta após cada retirada. A pontuação de uma equipe nessa prova é igual ao número de bolas com números pares sorteadas pelos seus membros. Assim, a probabilidade de uma equipe conseguir pelo menos um ponto é

a) $\frac{4}{5}$

b) $\frac{7}{8}$
c) $\frac{9}{10}$
d) $\frac{11}{12}$
e) $\frac{15}{16}$

Resposta:

[E]

A probabilidade de um membro retirar uma bola ímpar é $\frac{1}{2}$. Assim, a probabilidade de que a equipe não consiga nenhum ponto é $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$. Portanto, segue que a resposta é $1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$.

9. (Unesp 2015) Uma loja de departamentos fez uma pesquisa de opinião com 1.000 consumidores, para monitorar a qualidade de atendimento de seus serviços. Um dos consumidores que opinaram foi sorteado para receber um prêmio pela participação na pesquisa.

A tabela mostra os resultados percentuais registrados na pesquisa, de acordo com as diferentes categorias tabuladas.

categorias	percentuais
ótimo	25
regular	43
péssimo	17
não opinaram	15

Se cada consumidor votou uma única vez, a probabilidade de o consumidor sorteado estar entre os que opinaram e ter votado na categoria péssimo é, aproximadamente,
a) 20%.
b) 30%.
c) 26%.
d) 29%.
e) 23%.

Resposta:

[A]

A probabilidade pedida é dada por $\frac{17}{85} \cdot 100\% = 20\%$.

10. (Fgv 2015) Dois dados convencionais e honestos são lançados simultaneamente. A probabilidade de que a soma dos números das faces seja maior que 4, ou igual a 3, é

a) $\frac{35}{36}$

b) $\frac{17}{18}$

c) $\frac{11}{12}$

d) $\frac{8}{9}$

e) $\frac{31}{36}$

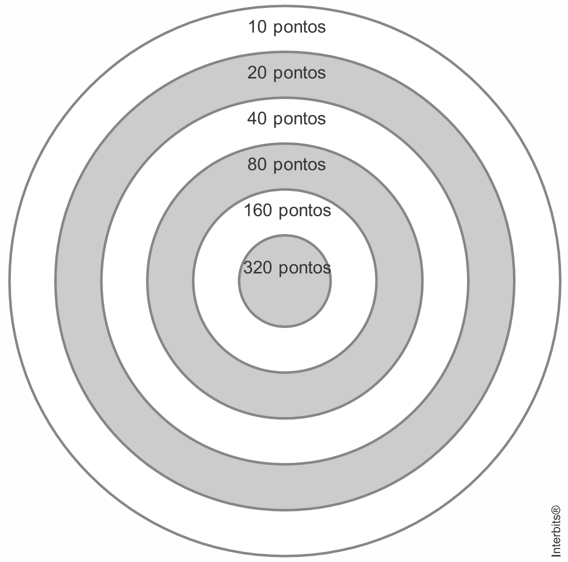
Resposta:

[D]

O evento complementar do evento soma maior do que 4, ou igual a 3, é soma menor do que ou igual a 4, e diferente de 3, ou seja, $\{(1,1), (1,3), (3,1), (2,2)\}$. Assim, como o espaço amostral possui $6 \cdot 6 = 36$ elementos, segue que a resposta é $1 - \frac{4}{36} = \frac{8}{9}$.

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:
Utilize as informações a seguir para a(s) quest(ões) abaixo.

Esta figura mostra o alvo de uma academia de arco e flecha. A pontuação que um jogador recebe ao acertar uma flecha em cada uma das faixas circulares está indicada na respectiva faixa. O raio do círculo maior mede 60 cm, o do menor mede 10 cm e a diferença entre os raios de quaisquer dois círculos consecutivos é de 10 cm. Todos os círculos têm o mesmo centro.



11. (Insper 2015) O treinador de Rafael propôs a ele o cálculo de um índice de precisão que avalie a sua habilidade como atirador. Para calculá-lo, Rafael precisa:

- multiplicar cada pontuação possível do alvo pela probabilidade de ele acertar uma flecha na faixa correspondente;
- somar os resultados das multiplicações feitas para as 6 faixas.

Rafael registrou na tabela a seguir as pontuações que ele obteve durante um treino no qual ele lançou 200 flechas.

Pontuação	10	20	40	80	160	320
Acertos	20	30	40	50	40	20

Usando os dados da tabela para estimar as probabilidades, o índice de precisão de Rafael é
a) 96.
b) 97.
c) 98
d) 99.
e) 100.

Resposta:

[A]

O índice pedido é dado por:
$$10\cdot\frac{20}{200}+20\cdot\frac{30}{200}+40\cdot\frac{40}{200}+80\cdot\frac{50}{200}+160\cdot\frac{40}{200}+320\cdot\frac{20}{200}=96.$$

12. (Fuvest 2014) O gamão é um jogo de tabuleiro muito antigo, para dois oponentes, que combina a sorte, em lances de dados, com estratégia, no movimento das peças. Pelas regras adotadas, atualmente, no Brasil, o número total de casas que as peças de um jogador podem avançar, numa dada jogada, é determinado pelo resultado do lançamento de dois dados. Esse número é igual à soma dos valores obtidos nos dois dados, se esses valores forem diferentes

entre si; e é igual ao dobro da soma, se os valores obtidos nos dois dados forem iguais. Supondo que os dados não sejam viciados, a probabilidade de um jogador poder fazer suas peças andarem pelo menos oito casas em uma jogada é

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{5}{12}$

c) $\frac{17}{36}$

d) $\frac{1}{2}$

e) $\frac{19}{36}$

Resposta:

[C]

Existem $6 \cdot 6 = 36$ resultados possíveis, e os casos favoráveis são

$$(2, 2), (2, 6), (3, 3), (3, 5), (3, 6), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 3), (5, 4),$$
$$(5, 5), (5, 6), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5) \text{ e } (6, 6).$$

Portanto, a probabilidade pedida é $\frac{17}{36}$.

13. (Espm 2014) A distribuição dos alunos nas 3 turmas de um curso é mostrada na tabela abaixo.

	A	**B**	**C**
Homens	42	36	26
Mulheres	28	24	32

Escolhendo-se uma aluna desse curso, a probabilidade de ela ser da turma A é:

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{2}{5}$

e) $\frac{2}{7}$

Resposta:

[B]

Queremos calcular a probabilidade condicional $P(A \mid \text{aluna})$.

Sabemos que a turma A possui 28 alunas e que o total de alunas do curso é igual a $28+24+32=84$.

Portanto, a probabilidade pedida é $\frac{28}{84}=\frac{1}{3}$.

14. (Espcex (Aman) 2014) Se escolhermos, ao acaso, um elemento do conjunto dos divisores inteiros positivos do número 360, a probabilidade de esse elemento ser um número múltiplo de 12 é:

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{5}$

c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{2}{3}$

e) $\frac{3}{8}$

Resposta:

[C]

$360 = 2^3.3^2.5$
Número de divisores positivos de 360: (3 + 1).(2 + 1).(1 + 1) = 24

Divisores de 360 que são múltiplos de 12: {12,24,36,60,72,120,180,360} n = 8

Portanto, a probabilidade pedida será: P = 8/24 = 1/3.

15. (Fgv 2014) Dois eventos A e B de um espaço amostral são independentes. A probabilidade do evento A é $P(A)=0,4$ e a probabilidade da união de A com B é $P(A \cup B)=0,8$.
Pode-se concluir que a probabilidade do evento B é:
a) 5/6
b) 4/5
c) 3/4
d) 2/3
e) 1/2

Resposta:

[D]

Desde que A e B são independentes, tem-se $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$ Portanto, do Teorema da Soma, vem

$$\begin{aligned} P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) &\Leftrightarrow 0,8 = 0,4 + P(B) - 0,4 \cdot P(B) \\ &\Leftrightarrow P(B) = \frac{0,4}{0,6} \\ &\Leftrightarrow P(B) = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

16**.** (G1 - ifsp 2014) O sangue humano é classificado em quatro tipos: A, B, AB e O. Além disso, também pode ser classificado pelo fator Rh em: Rh+ ou Rh–. As pessoas do tipo O com Rh– são consideradas doadoras universais e as do tipo AB com Rh+ são receptoras universais. Feita uma pesquisa sobre o tipo sanguíneo com 200 funcionários de uma clínica de estética, o resultado foi exposto na tabela a seguir.

	A	**B**	**AB**	**O**
Rh+	27	24	23	55
Rh–	15	13	13	30

Um desses 200 funcionários será sorteado para um tratamento de pele gratuito. A probabilidade de que o sorteado seja doador universal é
a) 7,5%.
b) 10%.
c) 15%.
d) 17,5%.
e) 20%.

Resposta:

[C]

$$\frac{30}{200} = \frac{15}{100} = 15\%.$$

17**.** (Mackenzie 2014) Em uma secretaria, dois digitadores atendem 3 departamentos. Se em cada dia útil um serviço de digitação é solicitado por departamento a um digitador escolhido ao acaso, a probabilidade de que, em um dia útil, nenhum digitador fique ocioso, é

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{7}{8}$

d) $\frac{2}{3}$

e) $\frac{5}{8}$

Resposta:

[B]

Cada departamento pode solicitar um digitador de 2 maneiras distintas. Logo, pelo Princípio Multiplicativo, os três departamentos podem solicitar um digitador de $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ modos em um dia útil. Por outro lado, um dos digitadores ficará ocioso, em um dia útil, desde que o outro digitador seja solicitado por todos os departamentos, e isso pode ocorrer de 2 maneiras. Em consequência, a probabilidade pedida é dada por $1 - \frac{2}{8} = \frac{3}{4}.$

18. (Unicamp 2014) Um caixa eletrônico de certo banco dispõe apenas de cédulas de 20 e 50 reais. No caso de um saque de 400 reais, a probabilidade do número de cédulas entregues ser ímpar é igual a

a) $\frac{1}{4}.$

b) $\frac{2}{5}.$

c) $\frac{2}{3}.$

d) $\frac{3}{5}.$

Resposta:

[B]

Sejam x, y e $n,$ respectivamente, o número de cédulas de 20 reais, o número de cédulas de 50 reais e o número total de cédulas, isto é, $n = x + y.$ Logo, para um saque de 400 reais, temos:

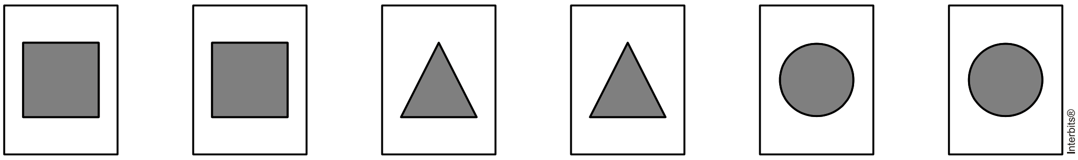
$$\begin{cases} 20x + 50y = 400 \\ n = x + y \\ 0 \le x \le 20 \\ 0 \le y \le 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5n = 40 + 3x \\ 0 \le x \le 20 \\ 0 \le y \le 8 \end{cases}.$$

Como $40 + 3x$ é um múltiplo de $5,$ por inspeção, encontramos

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{N}^2; (0, 8), (5, 6), (10, 4), (15, 2), (20, 0)\}.$$

Portanto, como os únicos casos favoráveis são $(5, 6)$ e $(15, 2),$ segue-se que a probabilidade pedida é igual a $\frac{2}{5}.$

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:
Em um curso de computação, uma das atividades consiste em criar um jogo da memória com as seis cartas mostradas a seguir.



Inicialmente, o programa embaralha as cartas e apresenta-as viradas para baixo. Em seguida, o primeiro jogador vira duas cartas e tenta formar um par.

19**.** (Insper 2014) A probabilidade de que o primeiro jogador forme um par em sua primeira tentativa é

a) $\frac{1}{2}$.

b) $\frac{1}{3}$.

c) $\frac{1}{4}$.

d) $\frac{1}{5}$.

e) $\frac{1}{6}$.

Resposta:

[D]

Virando a primeira carta, a probabilidade de que a próxima forme um par é igual a $\frac{1}{5}$, pois apenas uma das cinco cartas restantes é igual à primeira.