1. (Unesp 2016) A figura indica o padrão de uma sequência de grades, feitas com vigas idênticas, que estão dispostas em posição horizontal e vertical. Cada viga tem $0{,}5\ \text{m}$ de comprimento. O padrão da sequência se mantém até a última grade, que é feita com o total de $136{,}5$ metros lineares de vigas.

O comprimento do total de vigas necessárias para fazer a sequência completa de grades, em metros, foi de
a) 4.877.
b) 4.640.
c) 4.726.
d) 5.195.
e) 5.162.

Resposta:

[C]

O número de vigas em cada grade cresce segundo a progressão aritmética $(5, 9, 13, \ldots, 4n+1)$, com n sendo um natural não nulo. Logo, se cada viga mede $0{,}5\ \text{m}$ e a última grade foi feita com $136{,}5$ metros lineares de vigas, então

$$(4n+1)\cdot 0{,}5 = 136{,}5 \Leftrightarrow n = 68.$$

Portanto, o comprimento total de vigas necessárias para fazer a sequência completa de grades, em metros, foi de

$$0{,}5\cdot\left(\frac{5+273}{2}\right)\cdot 68 = 4.726.$$

2. (Faculdade Albert Einstein 2016) Suponha que, em certo país, observou-se que o número de exames por imagem, em milhões por ano, havia crescido segundo os termos de uma progressão aritmética de razão 6, chegando a $94\ \text{milhões/ano},$ ao final de 10 anos. Nessas condições, o aumento percentual do número de tais exames, desde o ano da observação até ao final do período considerado, foi de
a) 130%.
b) 135%.
c) 136%.
d) 138%.

Resposta:

[B]

Calculando o primeiro elemento da PA de acordo com os dados do enunciado, tem-se:

$a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$

$a_{10} = 94$

$n = 10$

$r = 6$

$94 = a_1 + (10-1)\cdot 6 \Rightarrow a_1 = 40$

Ao final de 10 anos, o número de exames por imagem aumentou de 40 milhões por ano para 94 milhões por ano. Isso representa um aumento de:

$\frac{94-40}{40} = \frac{54}{40} = 1{,}35 \Rightarrow 135\%$

3. (Fuvest 2015) Dadas as sequências $a_n = n^2 + 4n + 4,$ $b_n = 2^{n^2},$ $c_n = a_{n+1} - a_n$ e $d_n = \frac{b_{n+1}}{b_n},$ definidas para valores inteiros positivos de $n,$ considere as seguintes afirmações:

I. a_n é uma progressão geométrica;
II. b_n é uma progressão geométrica;
III. c_n é uma progressão aritmética;
IV. d_n é uma progressão geométrica.

São verdadeiras apenas
a) I, II e III.
b) I, II e IV.
c) I e III.
d) II e IV.
e) III e IV.

Resposta:

[E]

[I] Falsa. Tem-se que $a_{n+1} = (n+2)^2.$ Logo, como a razão

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(n+3)^2}{(n+2)^2} = \left(1 + \frac{1}{n+2}\right)^2$$

não é constante, segue que a_n não é uma progressão geométrica.

[II] Falsa. De fato, a razão

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{2^{(n+1)^2}}{2^{n^2}} = 2^{n^2+2n+1-n^2} = 2^{2n+1}$$

não é constante. Daí, podemos concluir que b_n não é uma progressão geométrica.

[III] Verdadeira. A diferença entre quaisquer dois termos consecutivos da sequência c_n é

$$\begin{aligned} a_{n+1} - a_n &= (n+1)^2 + 4(n+1) + 4 - (n^2 + 4n + 4) \\ &= n^2 + 2n + 1 + 4n + 4 + 4 - n^2 - 4n - 4 \\ &= 2n + 5. \end{aligned}$$

Desse modo, c_n é uma progressão aritmética de primeiro termo 7 e razão igual a $2.$

[IV] Verdadeira. De (II), temos $d_n = 2^{2n+1},$ que é uma progressão geométrica de primeiro termo 8 e razão igual a $4.$

4. (Unicamp 2015) Se $(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_{13})$ é uma progressão aritmética (PA) cuja soma dos termos é $78,$ então α_7 é igual a
a) 6.
b) 7.
c) 8.
d) 9.

Resposta:

[A]

Como α_7 é o termo médio da progressão aritmética, segue-se que $78 = \alpha_7 \cdot 13$ e, portanto, temos $\alpha_7 = 6.$

5. (Espm 2015) A sequência $(x, y, x \cdot y)$ é uma progressão geométrica estritamente crescente. Se acrescentarmos uma unidade ao termo central, ela se torna uma progressão aritmética. A soma das razões dessas duas sequências é:
a) 4
b) 7
c) 5
d) 8
e) 3

Resposta:

[C]

Se a sequência dada é uma PG, então a razão desta é igual a $x,$ pois:

$$q = \frac{xy}{y} \Rightarrow q = x$$

$$\text{PG} \Rightarrow \left(x, x^2, x^3\right) \Rightarrow \text{ou seja, } y = x^2$$

Já para a PA, pode-se escrever:

$PA \Rightarrow (x, y+1, xy)$

$2\cdot(y+1) = x + xy \Rightarrow 2\cdot(x^2+1) = x + x^3 \Rightarrow 2\cdot(x^2+1) = x\cdot(x^2+1) \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 4$

$PA \Rightarrow (2, 5, 8) \Rightarrow r = 3$

Como a razão da PG é igual a x, a soma das duas razões será:

$q + r = 2 + 3 = 5$

6. (Espm 2014) Dois irmãos começaram juntos a guardar dinheiro para uma viagem. Um deles guardou R\$ 50,00 por mês e o outro começou com R\$ 5,00 no primeiro mês, depois R\$ 10,00 no segundo mês, R\$ 15,00 no terceiro e assim por diante, sempre aumentando R\$ 5,00 em relação ao mês anterior. Ao final de um certo número de meses, os dois tinham guardado exatamente a mesma quantia. Esse número de meses corresponde a:

a) pouco mais de um ano e meio.
b) pouco menos de um ano e meio.
c) pouco mais de dois anos.
d) pouco menos de um ano.
e) exatamente um ano e dois meses.

Resposta:

[A]

Seja n o número de meses decorridos até que os dois irmãos venham a ter o mesmo capital. Tem-se que,

$$50\cdot n = \left(5 + \frac{n-1}{2}\cdot 5\right)\cdot n \Rightarrow 10 - 1 - \frac{n-1}{2} = 0$$
$$\Leftrightarrow n = 19,$$

ou seja, um ano e sete meses, o que equivale a pouco mais de um ano e meio.

7. (Espcex (Aman) 2014) Os números naturais ímpares são dispostos como mostra o quadro

1ª linha	1					
2ª linha	3	5				
3ª linha	7	9	11			
4ª linha	13	15	17	19		
5ª linha	21	23	25	27	29	
...	...	...	...	...	...	...

O primeiro elemento da 43ª linha, na horizontal, é:

a) 807
b) 1007
c) 1307
d) 1507
e) 1807

Resposta:

[E]

Até a 42ª linha, temos:

$$1+2+3+4+\ldots+40+41+42=\frac{(1+42)\cdot 42}{2}=903 \text{ termos.}$$

Portanto, o primeiro elemento da 43ª linha será o 904º número natural ímpar. Então:

$$a_{904}=1+903\cdot 2=1807.$$

8. (Enem PPL 2014) Um ciclista participará de uma competição e treinará alguns dias da seguinte maneira: no primeiro dia, pedalará $60\text{ km};$ no segundo dia, a mesma distância do primeiro mais $r\text{ km};$ no terceiro dia, a mesma distância do segundo mais $r\text{ km};$ e, assim, sucessivamente, sempre pedalando a mesma distância do dia anterior mais $r\text{ km}.$ No último dia, ele deverá percorrer $180\text{ km},$ completando o treinamento com um total de $1560\text{ km}.$

A distância r que o ciclista deverá pedalar a mais a cada dia, em $\text{km},$ é
a) 3.
b) 7.
c) 10.
d) 13.
e) 20.

Resposta:

[C]

As distâncias diárias percorridas correspondem a uma progressão aritmética de primeiro termo 60km e razão $r\text{km}.$ Logo, sabendo que a soma dos n primeiros termos dessa progressão é igual a $1.560\text{km},$ e que a distância percorrida no último dia foi de $180\text{km},$ temos

$$1560=\left(\frac{60+180}{2}\right)\cdot n \Leftrightarrow n=13.$$

Portanto, segue que

$$180=60+(13-1)\cdot r \Leftrightarrow r=10\text{km}.$$

9. (Unicamp 2014) O perímetro de um triângulo retângulo é igual a 6,0 m e as medidas dos lados estão em progressão aritmética (PA). A área desse triângulo é igual a
a) 3,0 m^2.
b) 2,0 m^2.
c) 1,5 m^2.
d) 3,5 m^2.

Resposta:

[C]

Sejam $x, x+r$ e $x+2r$ as medidas, em metros, dos lados do triângulo, com $x, r > 0.$

Aplicando o Teorema de Pitágoras, encontramos $x = 3r.$ Logo, os lados do triângulo medem $3r, 4r$ e $5r.$

Sabendo que o perímetro do triângulo mede $6{,}0\text{ m},$ vem

$$3r + 4r + 5r = 6 \Leftrightarrow r = \frac{1}{2}.$$

Portanto, a área do triângulo é igual a

$$\frac{3r \cdot 4r}{2} = 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1{,}5\text{ m}^2.$$

10**.** (Ita 2014) Uma pirâmide de altura $h = 1\text{ cm}$ e volume $V = 50\text{ cm}^3$ tem como base um polígono convexo de n lados. A partir de um dos vértices do polígono traçam-se $n-3$ diagonais que o decompõem em $n-2$ triângulos cujas áreas $S_i,\ \ i = 1, 2, \ldots, n-2,$ constituem uma progressão aritmética na qual $S_3 = \frac{3}{2}\text{cm}^2$ e $S_6 = 3\text{ cm}^2.$ Então n é igual a

a) 22.
b) 24.
c) 26.
d) 28.
e) 32.

Resposta:

[C]

Se a altura da pirâmide mede 1cm e seu volume $50\text{cm}^3,$ então a área da base é tal que

$$50 = \frac{1}{3} \cdot \sum_{i=1}^{n-2} S_i \cdot 1 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n-2} S_i = 150\text{cm}^2.$$

Além disso, temos

$$\begin{aligned} S_6 = S_3 + 3 \cdot r &\Leftrightarrow 3 = \frac{3}{2} + 3 \cdot r \\ &\Leftrightarrow r = \frac{1}{2}\text{cm}^2. \end{aligned}$$

Logo,

$$S_3 = S_1 + 2 \cdot r \Leftrightarrow \frac{3}{2} = S_1 + 2 \cdot \frac{1}{2}$$
$$\Leftrightarrow S_1 = \frac{1}{2}\text{cm}^2.$$

Por conseguinte, o valor de n é

$$\sum_{i=1}^{n-2} Si = [2 \cdot S_1 + (n-3) \cdot r] \cdot \left(\frac{n-2}{2}\right) \Leftrightarrow 150 = \left[2 \cdot \frac{1}{2} + (n-3) \cdot \frac{1}{2}\right] \cdot \left(\frac{n-2}{2}\right)$$
$$\Leftrightarrow (n-1) \cdot (n-2) = 600$$
$$\Leftrightarrow n^2 - 3n - 598 = 0$$
$$\Rightarrow n = 26.$$

11**.** (Enem PPL 2013) Para um principiante em corrida, foi estipulado o seguinte plano de treinamento diário: correr 300 metros no primeiro dia e aumentar 200 metros por dia, a partir do segundo. Para contabilizar seu rendimento, ele utilizará um *chip*, preso ao seu tênis, para medir a distância percorrida nos treinos. Considere que esse *chip* armazene, em sua memória, no máximo 9,5 km de corrida/caminhada, devendo ser colocado no momento do início do treino e descartado após esgotar o espaço para reserva de dados.
Se esse atleta utilizar o *chip* desde o primeiro dia de treinamento, por quantos dias consecutivos esse *chip* poderá armazenar a quilometragem desse plano de treino diário?
a) 7
b) 8
c) 9
d) 12
e) 13

Resposta:

[B]

As distâncias diárias percorridas constituem uma progressão aritmética de primeiro termo 300 e razão $200.$ Logo, a distância percorrida no dia n é dada por $d_n = 200n + 100.$

Queremos calcular n de modo que $S_n \leq 9500,$ com S_n sendo a distância total percorrida após n dias.

Assim,

$$\left(\frac{300 + 200n + 100}{2}\right) \cdot n \leq 9500 \Leftrightarrow n^2 + 2n - 95 \leq 0$$
$$\Rightarrow 1 \leq n \leq 4\sqrt{6} - 1.$$

Portanto, como $4\sqrt{6} - 1 \cong 8{,}8,$ segue-se que o chip poderá armazenar a quilometragem do plano de treino por 8 dias consecutivos.

12. (Mackenzie 2013) Em uma progressão aritmética o primeiro termo é 2 e a razão é 4. Nessa progressão, a média aritmética ponderada entre o terceiro termo, com peso 2, e 10% da soma dos cincos primeiros termos, com peso 3, é
a) 1
b) 3
c) 5
d) 7
e) 9

Resposta:

[D]

O terceiro termo da P.A. será dado por: $a_3 = 2 + 2.4 = 10$
O quinto termo da P.A. será dado por: $a_5 = 2 + 4.4 = 18$

A soma dos cinco primeiros termos será dada por: $S_5 = (2+18)\frac{5}{2} = 50.$

Logo, a média M pedida será dada por:
$$M = \frac{(10\cdot 2 + 3\cdot 0{,}1\cdot 50)}{5} = \frac{(20+15)}{5} = 7.$$

13. (Enem 2013) As projeções para a produção de arroz no período de 2012–2021, em uma determinada região produtora, apontam para uma perspectiva de crescimento constante da produção anual. O quadro apresenta a quantidade de arroz, em toneladas, que será produzida nos primeiros anos desse período, de acordo com essa projeção.

Ano	Projeção da produção (t)
2012	50,25
2013	51,50
2014	52,75
2015	54,00

A quantidade total de arroz, em toneladas, que deverá ser produzida no período de 2012 a 2021 será de
a) 497,25.
b) 500,85.
c) 502,87.
d) 558,75.
e) 563,25.

Resposta:

[D]

Como $51{,}50 - 50{,}25 = 52{,}75 - 51{,}50 = 54 - 52{,}75 = 1{,}25,$ podemos concluir que a sequência $50{,}25;\ 51{,}50;\ 52{,}75;\ 54{,}00;\ \ldots$ é uma progressão aritmética de primeiro termo $a_1 = 50{,}25$ e razão $r = 1{,}25.$ Portanto, queremos calcular a soma dos 10 primeiros termos dessa progressão aritmética, ou seja,

$$\begin{aligned} S_{10} &= \left(\frac{2a_1 + 9r}{2}\right)\cdot 10 \\ &= \left(\frac{2\cdot 50{,}25 + 9\cdot 1{,}25}{2}\right)\cdot 10 \\ &= 558{,}75. \end{aligned}$$

14. (Unesp 2013) A soma dos n primeiros termos de uma progressão aritmética é dada por $3n^2 - 2n$, onde n é um número natural. Para essa progressão, o primeiro termo e a razão são, respectivamente,
a) 7 e 1.
b) 1 e 6.
c) 6 e 1.
d) 1 e 7.
e) 6 e 7.

Resposta:

[B]

P.A.(a_1, a_2, a_3, a_4,...)

$$a_1 = S_1 = 3.1^2 - 2.1 = 1$$

$$a_1 + a_2 = S_2 = 3.2^2 - 2.2 = 8 \Rightarrow 1 + a_2 = 8 \Rightarrow a_2 = 7$$

Razão r = 7 – 1 = 6, portanto a_1 = 1 e razão r = 6.

15. (Fgv 2013) Observe a tabela com duas sequências.

	1.º termo	2.º termo	3.º termo	4.º termo	...
Sequência 1	3	7	11	15	...
Sequência 2	-3	-82	-161	-240	...

Sendo S_n a soma dos n primeiros termos da sequência 1, e b_n o n-ésimo termo da sequência 2, então, $S_n = |b_n|$ para n igual a 1 ou
a) 26.
b) 29.
c) 38.
d) 43.
e) 46.

Resposta:

[C]

A sequência 1 é uma progressão aritmética de primeiro termo $a_1 = 3$ e razão $r_1 = 7 - 3 = 4.$ Logo,

$$S_n = \frac{2 \cdot 3 + (n-1) \cdot 4}{2} \cdot n = 2n^2 + n.$$

Por outro lado, a sequência 2 é uma progressão aritmética de primeiro termo $b_1 = -3$ e razão $r_2 = -82 - (-3) = -79.$ Desse modo,

$$b_n = -3 + (n-1) \cdot (-79) = -79n + 76.$$

Portanto,

$$\begin{aligned} S_n = |b_n| &\Leftrightarrow 2n^2 + n = |-79n + 76| \\ &\Rightarrow \left| \begin{array}{l} 2n^2 + n \geq 0, n \in \mathbb{N}^* \\ \quad e \\ (2n^2 + n = -79n + 76 \text{ ou } -2n^2 - n = -79n + 76) \end{array} \right. \\ &\Rightarrow \left| \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}^* \\ \quad e \\ (n^2 - 40n - 38 = 0 \text{ ou } n^2 - 39n + 38 = 0) \end{array} \right. \\ &\Rightarrow n = 1 \text{ ou } n = 38. \end{aligned}$$

16. (Espcex (Aman) 2013) Em uma progressão aritmética, a soma S_n de seus n primeiros termos é dada pela expressão $S_n = 5n^2 - 12n,$ com $n \in \mathbb{N}^*.$ A razão dessa progressão é
a) –2
b) 4
c) 8
d) 10
e) 12

Resposta:

[D]

O primeiro termo da progressão aritmética é dado por

$$a_1 = S_1 = 5 \cdot 1^2 - 12 \cdot 1 = -7.$$

Desse modo, o segundo termo da progressão é tal que

$$\begin{aligned} a_2 &= S_2 - a_1 \\ &= 5 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 - (-7) \\ &= 20 - 24 + 7 \\ &= 3. \end{aligned}$$

Portanto, a razão da progressão aritmética é $r = a_2 - a_1 = 3 - (-7) = 10.$

17. (Fgv 2013) Um anfiteatro tem 12 fileiras de cadeiras. Na 1ª fileira há 10 lugares, na 2ª há 12, na 3ª há 14 e assim por diante (isto é, cada fileira, a partir da segunda, tem duas cadeiras a mais que a da frente).
O número total de cadeiras é
a) 250
b) 252
c) 254
d) 256
e) 258

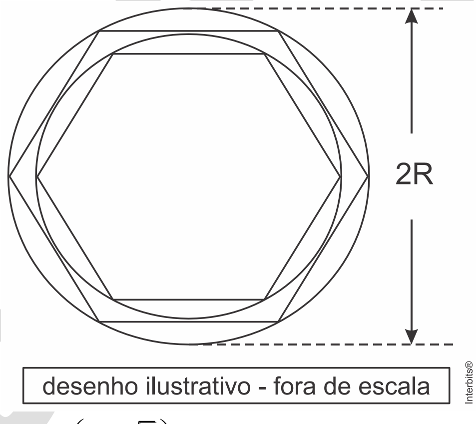
Resposta:

[B]

O número de lugares cresce segundo uma progressão aritmética de primeiro termo igual a 10 e razão $2.$ Logo, o número total de cadeiras é

$$\left(\frac{2\cdot 10 + 11\cdot 2}{2}\right)\cdot 12 = 252.$$

18. (Espcex (Aman) 2016) Considere o seguinte procedimento: em uma circunferência de diâmetro $2R,$ inscreve-se um hexágono regular para, em seguida, inscrever neste polígono uma segunda circunferência. Tomando esta nova circunferência, o processo é repetido gerando uma terceira circunferência. Caso este procedimento seja repetido infinitas vezes, a soma dos raios de todas as circunferências envolvidas nesse processo é igual a:



a) $2R\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

b) $4R\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

c) $4R\left(1+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

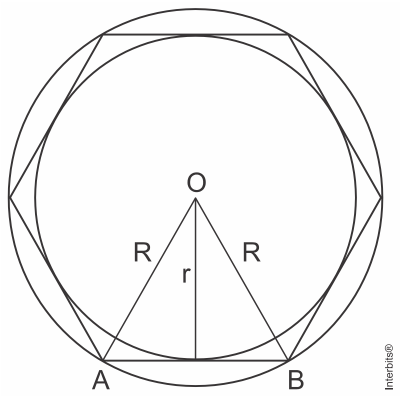
d) $R\left(2+\sqrt{3}\right)$

e) $2R\left(1+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

Resposta:

[B]

Estabelecendo uma relação entre o raio r da circunferência inscrita e o raio R da circunferência circunscrita num hexágono regular.



r é a altura de um triângulo equilátero de raio R, portanto:

$$r=\frac{R\sqrt{3}}{2}$$

Os raios considerados no exercício formarão uma P.G. infinita de razão $q=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\left(R,\ \frac{R\sqrt{3}}{2},\ \frac{3R}{4},\ldots\right)$

A soma dos infinitos termos desta P.G. será dada por:

$$S=\frac{a_1}{1-q}=\frac{R}{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{R}{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}\cdot\frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{R\cdot\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\frac{1}{4}}=4R\cdot\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

19. (Mackenzie 2015) Se os números $3,\ A$ e $B,$ nessa ordem, estão em progressão aritmética e os números $3,\ A-6$ e $B,$ nessa ordem, estão em progressão geométrica, então o valor de A é

a) 12
b) 15
c) 18
d) 21
e) 24

Resposta:

[B]

Se $(3, A, B)$ é uma progressão aritmética, então $2A = 3 + B,$ ou seja, $B = 2A - 3.$ Por outro lado, se $(3, A - 6, B)$ é uma progressão geométrica, então $(A - 6)^2 = 3B.$ Logo, segue que $A^2 - 18A + 45 = 0,$ implicando em $A = 3$ ou $A = 15.$

20**.** (Fgv 2015) Três números estão em progressão geométrica de razão $\frac{3}{2}.$
Diminuindo 5 unidades do terceiro número da progressão, ela se transforma em uma progressão aritmética.
Sendo k o primeiro dos três números inicialmente em progressão geométrica, então, $\log k$ é igual à soma de 1 com
a) $\log 2.$
b) $\log 3.$
c) $\log 4.$
d) $\log 5.$
e) $\log 6.$

Resposta:

[A]
Sejam $4x, 6x$ e $9x$ os três números em progressão geométrica de razão $\frac{3}{2}.$ Logo, se $(4x, 6x, 9x - 5)$ é uma progressão aritmética, então

$$12x = 4x + 9x - 5 \Leftrightarrow x = 5.$$

Daí, temos $k = 4 \cdot 5 = 20$ e, portanto,

$$\log k = \log 20 = \log 10 \cdot 2 = \log 10 + \log 2 = 1 + \log 2,$$

ou seja, $\log k$ é igual à soma de 1 com $\log 2.$

21**.** (Enem PPL 2014) Pesquisas indicam que o número de bactérias X é duplicado a cada quarto de hora. Um aluno resolveu fazer uma observação para verificar a veracidade dessa afirmação. Ele usou uma população inicial de 10^5 bactérias X e encerrou a observação ao final de uma hora.
Suponha que a observação do aluno tenha confirmado que o número de bactérias X se duplica a cada quarto de hora.

Após uma hora do início do período de observação desse aluno, o número de bactérias X foi de

a) $2^{-2} \cdot 10^5$
b) $2^{-1} \cdot 10^5$
c) $2^2 \cdot 10^5$
d) $2^3 \cdot 10^5$
e) $2^4 \cdot 10^5$

Resposta:

[E]

Uma hora corresponde a $\frac{4}{4}$ de hora. Logo, ao fim de uma hora, o número de bactérias X foi de $2^4 \cdot 10^5$.

22**.** (Espm 2013) Para que a sequência $(-9, -5, 3)$ se transforme numa progressão geométrica, devemos somar a cada um dos seus termos um certo número. Esse número é:
a) par
b) quadrado perfeito
c) primo
d) maior que 15
e) não inteiro

Resposta:

[C]

Seja x o número procurado.

Temos

$$\begin{aligned}(-5+x)^2 = (-9+x)\cdot(3+x) &\Leftrightarrow 25-10x+x^2 = -27-6x+x^2 \\ &\Leftrightarrow x = 13,\end{aligned}$$

ou seja, um primo ímpar menor do que 15.

23**.** (Epcar (Afa) 2013) A sequência $\left(x, 6, y, y+\frac{8}{3}\right)$ é tal, que os três primeiros termos formam uma progressão aritmética, e os três últimos formam uma progressão geométrica.
Sendo essa sequência crescente, a soma de seus termos é
a) $\frac{92}{3}$
b) $\frac{89}{3}$

c) $\frac{86}{3}$

d) $\frac{83}{3}$

Resposta:

[C]

P.A. (x, 6, y) $\Rightarrow$ $x + y = 6 \cdot 2$ $\Rightarrow$ $x = 12 - y$

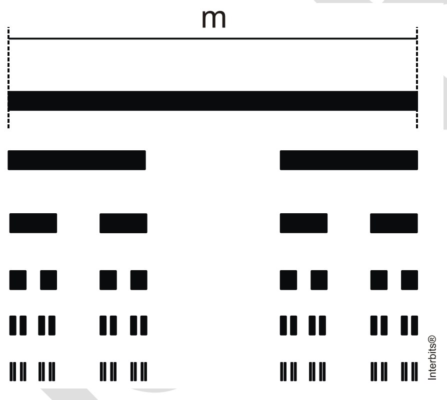
P.G. (6, y, y + 8/3) $\Rightarrow$ $y^2 - 6y - 16 = 0$ $\Rightarrow$ y = 8 ou y = –2

y = 8 $\Rightarrow$ x = 4
y = –2 $\Rightarrow$ x = 14 (não convém, pois a sequência é crescente).

Portanto, a soma dos elementos da sequência será:

4 + 6 + 8 + 8 + 8/3 = 86/3.

24. (Espcex (Aman) 2013) Um fractal é um objeto geométrico que pode ser dividido em partes, cada uma das quais semelhantes ao objeto original. Em muitos casos, um fractal é gerado pela repetição indefinida de um padrão. A figura abaixo segue esse princípio. Para construí-la, inicia-se com uma faixa de comprimento *m* na primeira linha. Para obter a segunda linha, uma faixa de comprimento *m* é dividida em três partes congruentes, suprimindo-se a parte do meio. Procede-se de maneira análoga para a obtenção das demais linhas, conforme indicado na figura.



Se, partindo de uma faixa de comprimento *m*, esse procedimento for efetuado infinitas vezes, a soma das medidas dos comprimentos de todas as faixas é
a) 3 m
b) 4 m
c) 5 m
d) 6 m
e) 7 m

Resposta:

[A]

Os comprimentos das faixas constituem uma progressão geométrica infinita, sendo $a_1 = m$ o primeiro termo $q = \frac{2}{3}$ a razão.

Portanto, a soma dos comprimentos de todas as faixas é dada por

$$\lim_{x \to \infty} S_n = \frac{m}{1 - \frac{2}{3}} = 3m.$$

25**.** (Fgv 2013) Uma mercadoria é vendida com entrada de R$500,00 mais 2 parcelas fixas mensais de R$576,00. Sabendo-se que as parcelas embutem uma taxa de juros compostos de 20% ao mês, o preço à vista dessa mercadoria, em reais, é igual a
a) 1.380,00.
b) 1.390,00.
c) 1.420,00.
d) 1.440,00.
e) 1.460,00.

Resposta:

[A]

O preço à vista da mercadoria é igual a

$$\begin{aligned} 500 + \frac{576}{1,2} + \frac{576}{(1,2)^2} &= 500 + 480 + 400 \\ &= \text{R\$ } 1.380,00. \end{aligned}$$